

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة الغير قابلة للبرمجة

تمرين 1 (4.5 نقطة)نعتبر الحدودية : $z \in \mathbb{C} ; P(z) = z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i$ 1 أ - بين أن المعادلة $E: P(z) = 0$ تقبل حلا تخيليا صرفا و حده0.5 ب - حدد العددين الحقيقيين a و b بحيث $\forall z \in \mathbb{C} ; P(z) = (z-i)(z^2 + az + b)$.2 - حل في \mathbb{C} المعادلة $(z^2 - 4z + 13 = 0)$: ثم استنتج حل المعادلة $(E): P(z) = 0$ 3 في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{u}, \vec{v}) ، نعتبر النقط A و B و C التي ألقاها على التوالي. هي $z_A = i$ و $z_B = 2 + 3i$ و $z_C = 2 - 3i$ أ - أنشئ النقط A و B و C 0.5 ب - ليكن R الدوران الذي مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{4}$ حدد z_D لحق النقطة D صورة النقطة A بالدوران R 0.5 ج- بين أن النقط D و B و C مستقيمة0.5 د - حدد التمثيل العقدي للتحاكى h الذى مركزه B ويحول C الى D **تمرين 2 (4.5 نقطة)**صندوق U يحتوى على كرات حمراء وكرات خضراء حيث عدد الكرات الخضراء هو نصف عدد الكرات الحمراء
40% من الكرات الحمراء و 60% من الكرات الخضراء مكتوب عليها رقم 1 وباقي الكرات مكتوب عليها رقم 01 - نختار بطريقة عشوائية كرة واحدة من الصندوق U نعتبر الأحداث التالية R (اختيار كرة حمراء) V (اختيار كرة خضراء) B (اختيار كرة حمراء تحمل رقم 1)أ - بين أن $p(R) = \frac{2}{3}$ و $p(V) = \frac{1}{3}$ و $p(B) = \frac{4}{15}$

0.5 ب - علما أن الكرة المسحوبة تحمل رقم 1 ما هو احتمال أن تكون حمراء

2 نعتبر التجربة العشوائية التالية يسحب حمزة بالتتابع وباحلال 5 كرات من الصندوق

وليكن X المتغير العشوائى المرتبط بعدد الكرات الخضراء المحصل عليهاأ - حدد مجموعة قيم X ب - حدد قانون احتمال X 0.75 ج - أحسب $E(X)$ و $V(X)$ و $\sigma(X)$ (لاحظ أن X متغير عشوائى حدانى)

3 - يعتبر حمزة ناجحا اذا حصل على الأقل على 4 كرات خضراء

01 ما هو احتمال نجاح حمزة

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة الغير قابلة للبرمجة

مسألة (11 نقطة)

الجزء الأول

نعتبر الدالة g المعرفة على $]1, +\infty[$ بما يلي :
 $\forall x > 1 ; g(x) = 2x - (x-1)\ln(x-1)$
 1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$ (نذكر أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} t \ln(t) = 0$)
 0.5

ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$
 0.5

2) أ - بين أن $\forall x \in]1, +\infty[: g'(x) = 1 - \ln(x-1)$
 0.5

ب- أدرس إشارة $g'(x)$ على المجال $]1, +\infty[$ ثم اعط جدول تغيرات الدالة g
 0.5

3) أ- بين أن $g(x) = 0$ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[e+1, e^3+1]$
 0.5

ب- استنتج إشارة $g(x)$ على كل من المجالين $]1, \alpha[$ و $]\alpha, +\infty[$
 0.5

الجزء الثاني

1) نعتبر الدالة h المعرفة على $]1, +\infty[$ بما يلي
 $\forall x > 1 ; h(x) = \frac{\ln(x^2 - 1)}{x}$
 01

أ - أحسب $\lim_{x \rightarrow 1^+} h(x)$ وبين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0$
 01

ب- أحسب $h'(x)$ لكل x من المجال $]1, +\infty[$ واستنتج أن إشارة $h'(x)$ هي إشارة $g(x^2)$ على المجال $]1, +\infty[$
 0.5

2) استنتج أن الدالة h تزايدية قطعاً على المجال $]1, \sqrt{\alpha}[$
 0.5

وأن الدالة h تناقصية قطعاً على المجال $]\sqrt{\alpha}, +\infty[$

الجزء الثالث

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي
 $\forall x > 0 ; f(x) = \frac{\ln(e^{2x} - 1)}{e^x}$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$

1) أ - تحقق من أن $f(x) = h(e^x)$ $\forall x > 0$
 0.5

ب- استنتج أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ و أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$
 0.5

2) أ - بين أن f تقبل قيمة قصوى من أجل $x_0 = \ln(\sqrt{\alpha})$
 0.5

3) بين أن $\forall x \in]0, +\infty[; f(x) \leq \frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha - 1}$
 0.5

4) اعط جدول تغيرات الدالة f
 0.5

5) أنشئ المنحنى (C) (نقبل أن $\alpha = 10,2$ و $\ln(\sqrt{\alpha}) = 1,2$ و $f(\ln(\sqrt{\alpha})) = 0,7$)
 01

6) أ- تحقق أن $\forall x > 0 ; f(x) = -f'(x) + \frac{e^x}{e^x - 1} - \frac{e^x}{e^x + 1}$
 0.5

ب- استنتج قيمة التكامل $I = \int_{\ln 2}^{\ln 3} f(x) dx$
 0.5

ج- استنتج مساحة الحيز (Δ) المحصور بين (C) والمستقيمتين $(y = 0)$ و $(x = \ln 2)$ و $(x = \ln 3)$
 0.5

د - بين أن القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[\ln 2, \ln 3]$ هي العدد $\mu = \frac{I}{\ln \frac{3}{2}}$
 0.5